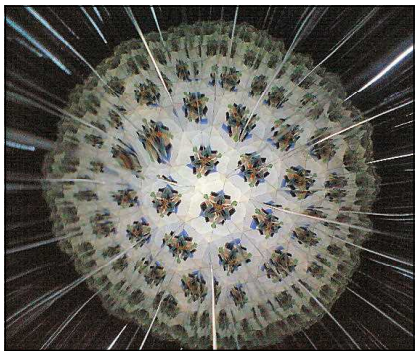
ペットボトル万華鏡



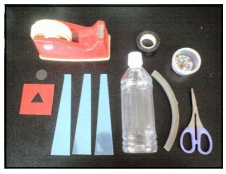
内部を見た模様

1　ねらい

鏡による光の反射について学習することで、鏡について興味関心をもつことができる。また、万華鏡を作ることで、模様の変化や美しさを味わうことができる。

2　準備

・500mLペットボトル（固め、炭酸系、寸胴型を推奨）
・キャップ(二重構造になっていないもの)　・ビーズ
・すき間テープ(幅1.5cm×17cm、1.5cm×13cm)
・ビニルテープ　・はさみ(カッター)　・段ボール紙
・OHPシート　・プラスチックミラー(塩ビ鏡)
・両面テープ　・セロハンテープ　・マジック



材　料

蓋の裏側
※二重構造は不適

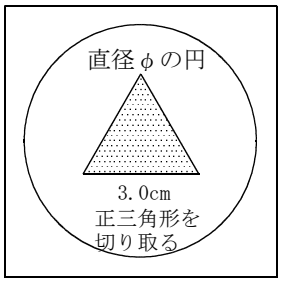
完成品

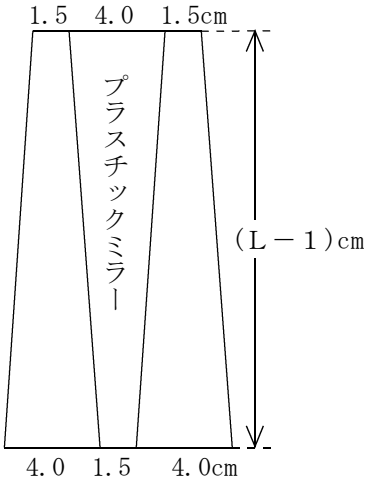
3　製作

・ペットボトルの下側を切る(Lをできるだけ長くとる)。
※底部の凸凹の直上にある線を目印にして切断するとよい。

【参考】ペットボトルには様々なサイズがあるので注意
1)飲口－飲み口には透明(外径24.5mm、内径21.5mm)と白色(耐熱性、外径25mm、内径20.5mm)がある。キャップはサイズがあうものを選択する。
2)長さ－同じ炭酸系であっても、長さは20cm～22cmがある。
3)直径－同じ炭酸系であっても、胴体の径は6cm～7cmがある。

・切ったペットボトルの長さと直径を測る。
長さL＝（　ex 19.0　）cm
直径φ＝（　ex　6.1　）cm
・鏡、OHPｼｰﾄ、段ボール紙を図のように切る。
※段ボール紙に黒の厚紙などを貼ると見栄えがよい(黒のウレタンボート2～5mm厚も適)

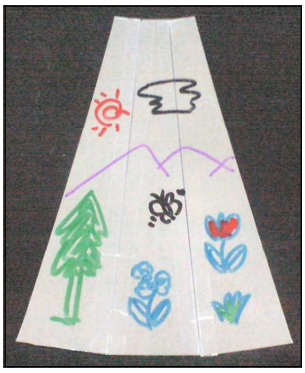




OHPシート
直径2.7cmの円

※切ったペットボトルの長さより1cm 短くする。

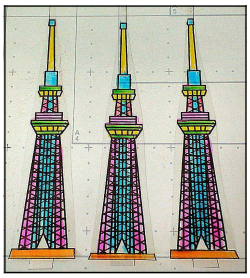
・鏡になっていない面の保護フィルムをはがす。
※ブルーの面が鏡面
・鏡になっていない面を上にして、３枚を図のように置きセロハンテープで貼り合わせる。
・必要に応じてマジックで好きな絵を描く。
・三角錐(柱)になるよう、一度貼り合わせた線できちんと折り曲げる。
・鏡面の保護フィルムをはがし、すき間を作らないように、セロハンテープで三角錐(柱)を作る。


鏡３枚を貼る

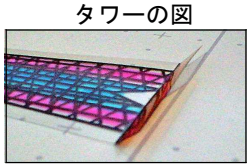
三角錐(柱)

（以下、任意･･･OHPシートでタワーを貼り付ける）
・マジックで背景を描く(無地でもよい)。
・OHPシートにタワーの絵を印刷する。
・マジックで色を塗り、両面テープで三角錐にした鏡に貼る。このとき、絵の下側に折り目を付けて、少し浮くように貼ると立体的に見えて美しく仕上がる。

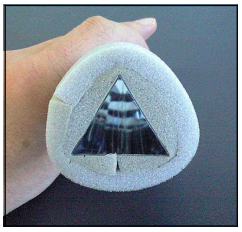
両面テープ

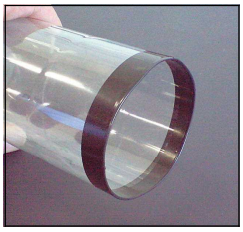

タワーの図

貼った様子


折り曲げる

・鏡の下側にすき間テープを二周巻くように貼る。はじめに13cmを貼り、その上から17cmを貼る。なお、13cm、17cmのすき間テープは、ちょうど一周になるように調整しながら巻く。
・ペットボトルの底の切り口を約22cmのビニルテープで巻き保護する。まず、テープ幅の半分を外側に巻き、その後内側に折り返すとよい。
・ペットボトルの蓋を一度閉め、切り口の方から適量のビーズを入れる。
・ペットボトルから蓋を外し、蓋の裏側から丸く切ったOHP(直径2.7cm)シートを入れる。
・蓋を閉める(OHPシートがねじれて浮き上がるようなら蓋を交換)。
・鏡をペットボトルに差し込む。
・丸く切った段ボール(中央に△窓)の裏面に両面テープを貼り、裏側から差し込んで完成。


すき間テープを二重に貼る


ビニルテープを巻く

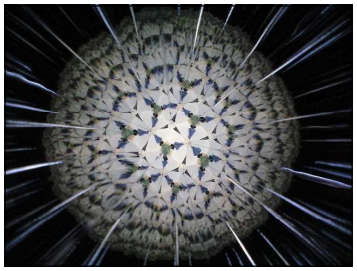
ビーズを入れる

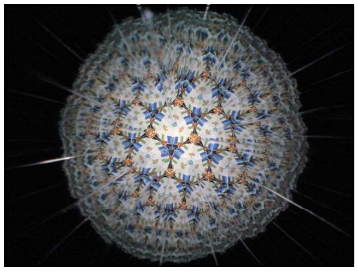
OHPシートを入れる

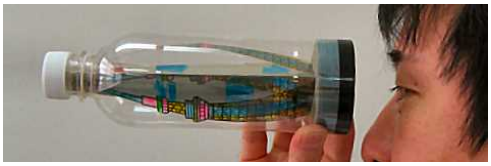
両面テープ

底から差し込む

※ビーズの入れ替えは必ず蓋を下にして開けること。


万華鏡の模様(例１)


万華鏡の模様(例２)


万華鏡で覗く様子

ペットボトル万華鏡の考察

１ ねらい

図１に示すように、長方形の鏡を組み合わせた万華鏡は、模様が見える視野角がほぼ180°になる。しかし、台形(等脚台形)の鏡を組み合わせたペットボトル万華鏡は、図２に示すように、模様が見える範囲（視野角）が限られている。この理由について考察する。

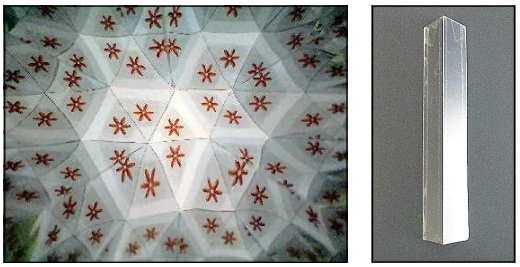


図1　長方形の鏡を組み合わせた万華鏡

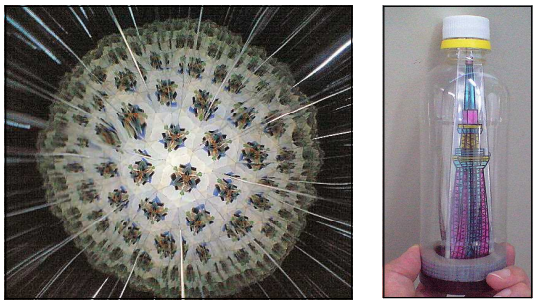


図2　台形の鏡を組み合わせた万華鏡

２ 長方形の鏡を組み合わせた万華鏡

長方形の鏡を組み合わせた万華鏡は、鏡が正三角柱（鏡の取付角度は60°）になり、基本的な光の反射は図３のようになる。

簡単のため、図４に示すように、万華鏡の中心線上の一端にある物体Ａ（物体）から出た光が、鏡筒内の網掛面で直進と反射を繰り返し、中心線上の反対側の端にあるＢ（観測）に進む光路を考える。なお、Ｄ付近では、光は複数回（３回）の反射の後、Ｂに進んでいる（図３の３回反射の様子を参照)。

光は反射の法則(入射角＝反射角)に従うことから、反射後の光路を対称面として考えると、図５に示すように、直進する光として描くことができる。図５からは、視野角は水平方向になるまで無限(n=∞)に物体を認識できることが分かる。また、(ｎ－１)層*1とｎ層のなす角は、徐々に小さくなっていくことも分かる。この結果は、実際の万華鏡で見られる物体の様子とよく一致する。

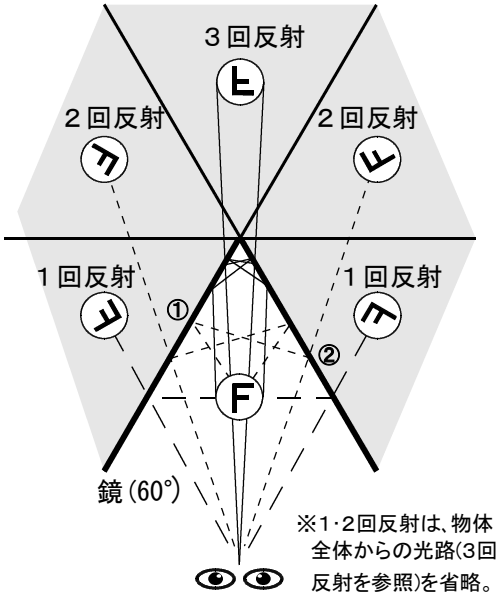


図3　基本的な鏡の反射

*1 実際の像を0層とし、その周りを囲む像を内側から順に1層、2層･･･とする。

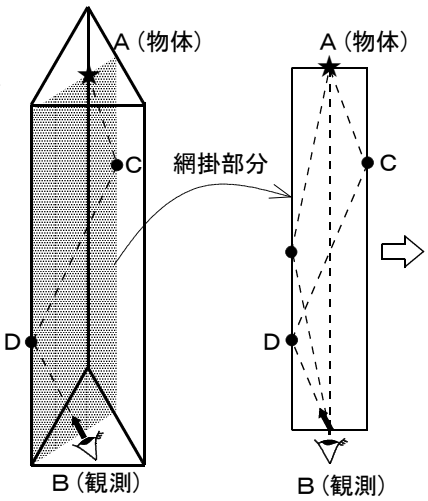


図４　鏡筒内の反射

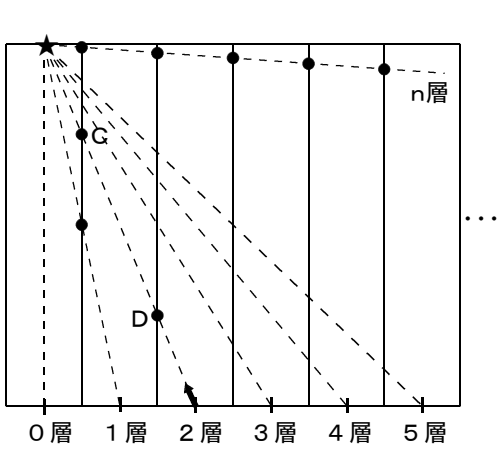


図５　反射を対称面で考えた場合

３ 台形に鏡を組み合わせた万華鏡

次に、台形(等脚台形)の鏡を３枚組み合わせた万華鏡について考える。図６に実際の鏡の寸法を示す。

観察される模様は、図７に示すように円状となり、外に向かって徐々に模様が小さくなっていく。また、像は最大で9層[*2]になって見える。

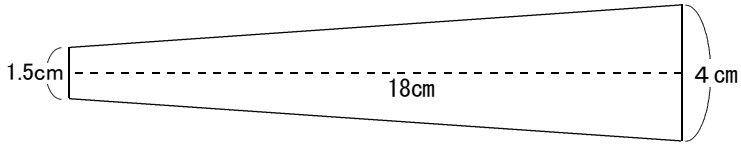


図６　台形の鏡の寸法

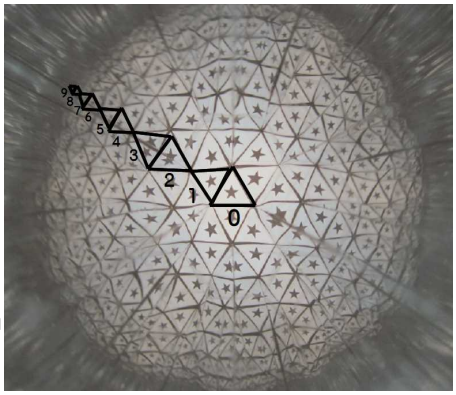
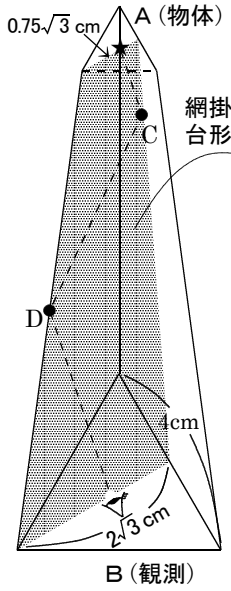


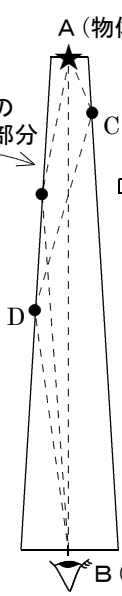
図７　万華鏡で見える様子

*2 実際の像を0層とし、その周りを囲む像を内側から順に1層、2層･･･とする。
なお、最外層は小さくなるため見えづらくなる。

ここで、像が9層に見える理由を考えてみる。簡単のため、図８のように、Ａ(物体)からから出た光が、鏡筒内の網掛面で直進と反射を繰り返し観測者（Ｂ）に進む光路を考える。なお、Ｄ付近では、光は複数回（３回、図３を参照）の反射の後、Ｂに進んでいる。網掛の形は、上底 $0.75\sqrt{3}$cm（約1.3cm)、下底 $2\sqrt{3}$cm（約3.5cm)、高さ18cmの台形である。

光は反射の法則（入射角＝反射角）に従うことから、反射後の光路を対称面として考えると、図９に示すように、ＡＢ間の光路は直線として描くことができる。図９からは、９層目まで物体を見ることができるが、10層目では物体を認識できないことが分かる。また、（ｎ－１）層とｎ層のなす角は、徐々に小さくなっていくことも分かる。この結果は、実際の万華鏡で見られる物体の様子とよく一致する。





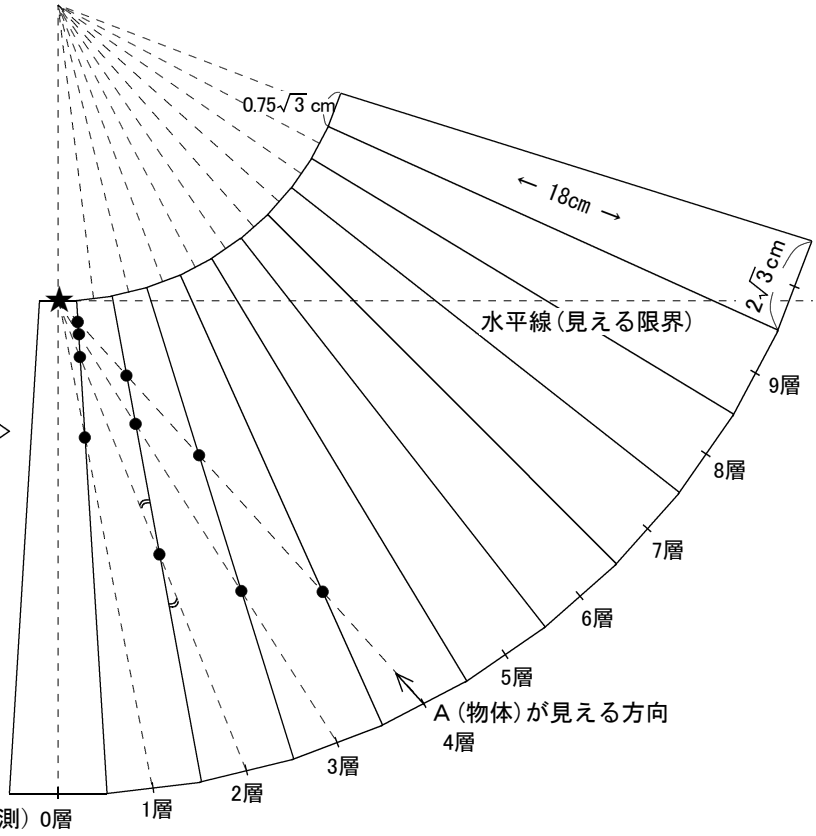


図８　鏡筒内の反射　　図９　反射を対称面で考えた場合

◆数値計算による詳細な検討

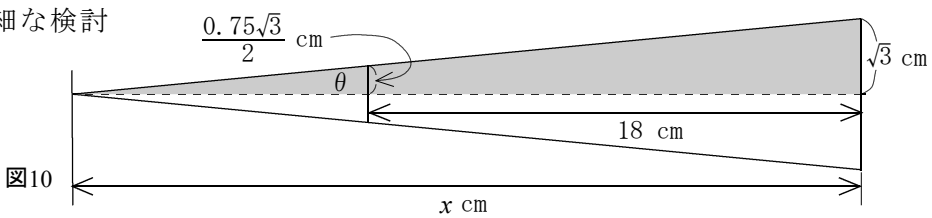


図10

表１

層	番	回転角度 θ [°]	A位置比較 y [cm]	Aからの光角度 α [°]	Bから覗く角度 β [°]
0	0	0.0	18.0	0.0	90.0
	1	3.4	17.9	5.5	86.6
1	2	6.9	17.8	11.0	83.1
	3	10.3	17.5	16.4	79.7
2	4	13.8	17.2	21.8	76.2
	5	17.2	16.7	27.0	72.8
3	6	20.6	16.1	32.2	69.4
	7	24.1	15.5	37.2	65.9
4	8	27.5	14.7	42.1	62.5
	9	31.0	13.9	46.9	59.0
5	10	34.4	13.0	51.5	55.6
	11	37.9	11.9	56.0	52.1
6	12	41.3	10.8	60.3	48.7
	13	44.7	9.7	64.5	45.3
7	14	48.2	8.4	68.6	41.8
	15	51.6	7.1	72.6	38.4
8	16	55.1	5.7	76.4	34.9
	17	58.5	4.2	80.2	31.5
9	18	61.9	2.7	83.8	28.1
	19	65.4	1.2	87.4	24.6
10	20	68.8	***-0.4***	***90.9***	×
	21	72.3	***-2.0***	***94.2***	×

・図10より
辺の比から、x ＝ 28.8 cm
θ ＝ arctan($\sqrt{3}$/28.8) [rad] ≒ 3.44°

・表1、図11より
Ｂから覗く位置は、主に「番」列の偶数位置（網掛）からとなる(目の場所)。

表からは、台形の万華鏡は９層(18番)まで見えることが分かる。そのとき、Ａからは83.8°で光が出ており、Ｂからは28.1°で物体Ａを見ていることが分かる。実際には、視野角56.2°（28.1°×2）でＡの模様を見ていることになる。

なお、10層目では、Ａからの光は90°を超えるためＢには届かない。

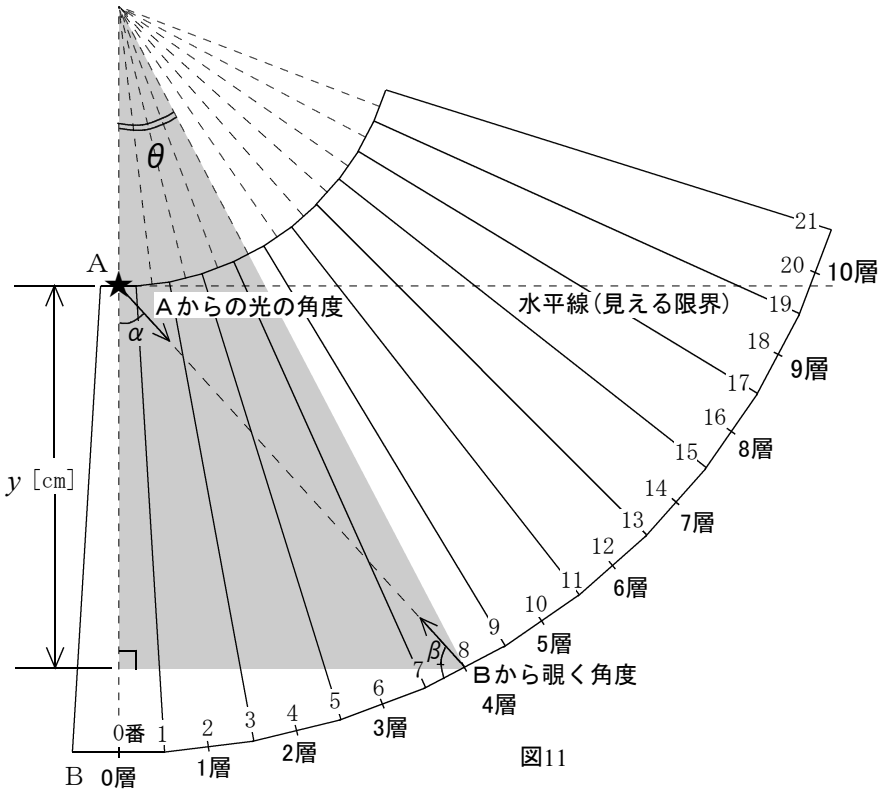
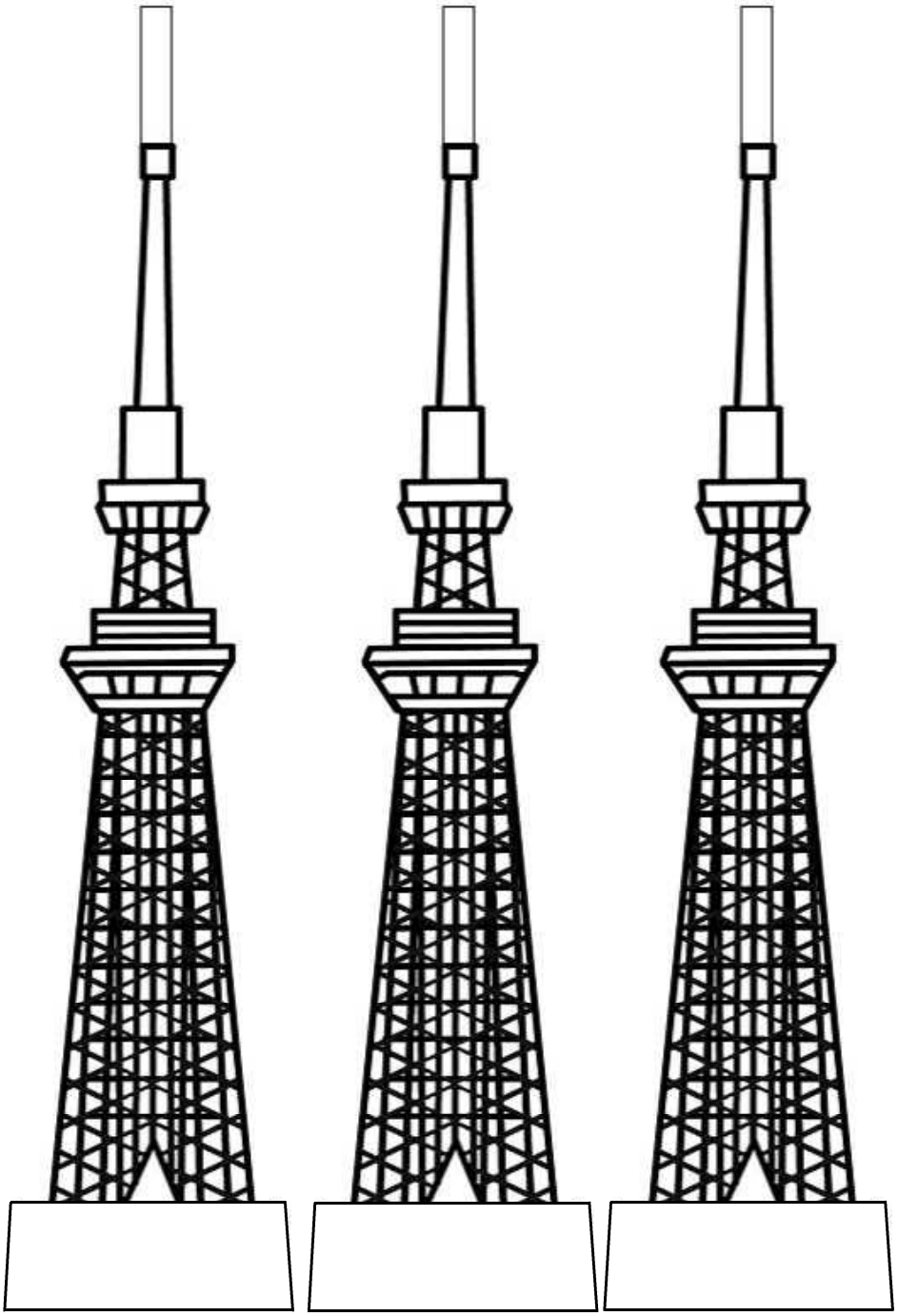
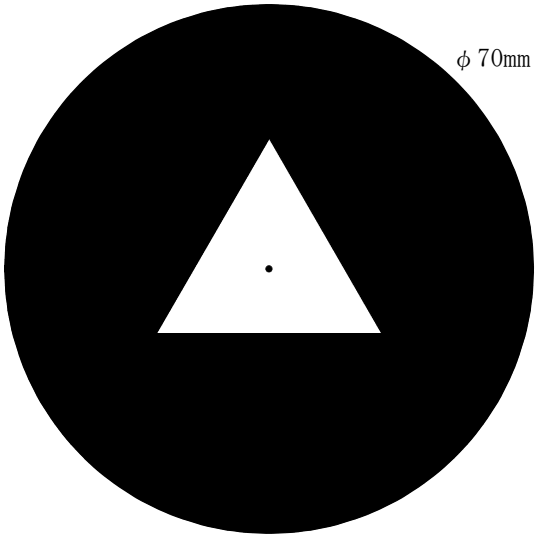


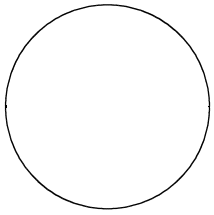
図11

タワーの型
（OHPシートにコピー）





φ70mm



OHPシート
直径2.7cmの型

段ボール紙の型
※円の直径70mm。ペットボトルの内径に合わせて
コンパスで円を描く（円の中心は・印）。
段ボールに貼り付けて切り取る。