

ペットボトル万華鏡

1 ねらい

鏡による光の反射について学習することで、鏡について興味関心をもつことができる。また、万華鏡を作ることによって、模様の変化や美しさを味わうことができる。

2 準備

- ・500mLペットボトル（固め、炭酸系、寸胴型を推奨）
- ・キャップ（二重構造になっていないもの）
- ・ビーズ
- ・すき間テープ（幅1.5cm×17cm、1.5cm×13cm）
- ・ビニルテープ
- ・はさみ（カッター）
- ・段ボール紙
- ・OHPシート
- ・プラスチックミラー（塩ビ鏡）
- ・両面テープ
- ・セロハンテープ
- ・マジック

3 製作

- ・ペットボトルの下側を切る（Lをできるだけ長くとる）。
※底部の凸凹の直上にある線を目印にして切断するとよい。

【参考】ペットボトルには様々なサイズがあるので注意

- 1) 飲口ー飲み口には透明（外径24.5mm、内径21.5mm）と白色（耐熱性、外径25mm、内径20.5mm）がある。キャップはサイズがあうものを選択する。
- 2) 長さー同じ炭酸系であっても、長さは20cm～22cmがある。
- 3) 直径ー同じ炭酸系であっても、胴体の径は6cm～7cmがある。

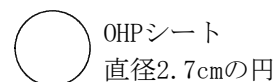
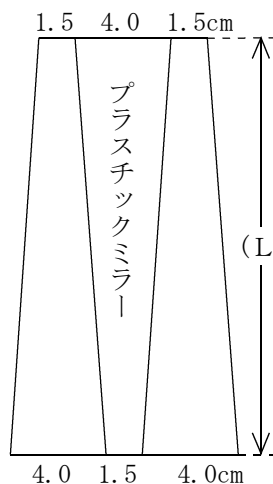
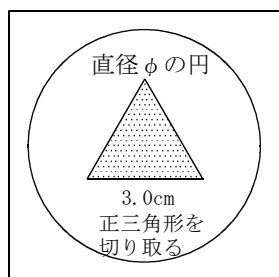
- ・切ったペットボトルの長さLと直径φを測る。

長さL = () cm

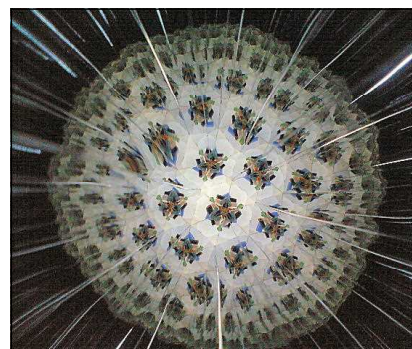
直径φ = () cm

- ・鏡、OHPシート、段ボール紙を図のように切る。

※段ボール紙に黒の厚紙などを貼ると見栄えがよい（黒のウレタンボード2～5mm厚も適）



※切ったペットボトルの長さより1cm短くする。



内部を見た模様



材料



蓋の裏側

※二重構造は不適



完成品



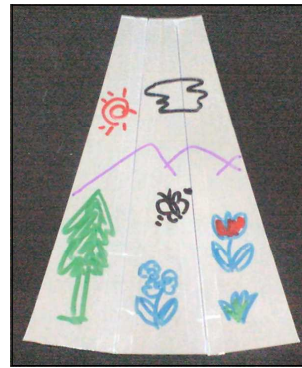
切る

- ・鏡の両面の保護フィルムをはがす。
- ・鏡になっていない面を上にして、鏡3枚を図のように置きセロハンテープで貼り合わせる。
- ・鏡面が内側となる三角錐(柱)になるよう、一度貼り合わせた線できちんと折り曲げる。
- ・できるだけすき間を作らないように、セロハンテープで三角錐(柱)を作る
- ・必要に応じてマジックで好きな絵を描く。

(以下、任意)

- ・OHPシートでタワーを貼り付ける場合は、背景を描く(任意)。
- ・OHPシートにタワーの絵をコピーする。
- ・マジックで色を塗り、両面テープで三角柱にした鏡に貼る。このとき、絵の下側に折り目を付けて、少し浮くように貼ると立体的に見えて美しく仕上がる。
- ・鏡の下側にすき間テープを二重巻くように貼る。はじめに13cmを貼り、その上から17cmを貼る。なお、13cm、17cmのすき間テープは、ちょうど一周になるように調整しながら巻く。
- ・ペットボトルの底の切り口を約22cmのビニルテープで巻き保護する。まず、テープ幅の半分を外側に巻き、その後内側に折り返すとよい。
- ・ペットボトルの蓋を一度閉め、切り口の方から適量のビーズを入れる。
- ・ペットボトルから蓋を外し、蓋の裏側から丸く切ったOHP(直径2.7cm)シートを入れる。
- ・蓋を閉める(OHPシートがねじれて浮き上がるようなら蓋を交換)。
- ・鏡をペットボトルに差し込む。
- ・丸く切った段ボール(中央に△窓)の裏面に両面テープを貼り、裏側から差し込んで完成。

※ビーズの入れ替えは必ず蓋を下にして開けること。



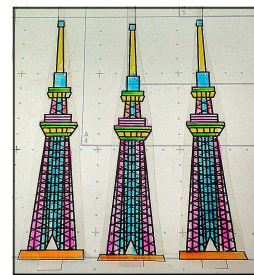
鏡3枚を貼る



三角錐(柱)



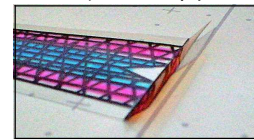
両面テープ



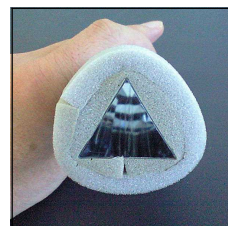
タワーの図



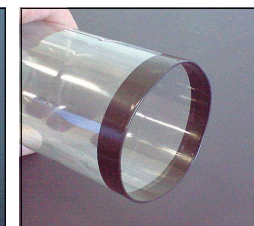
貼った様子



折り曲げる



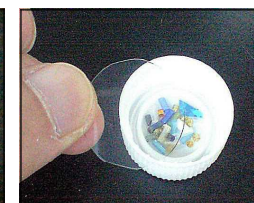
すき間テープを二重に貼る



ビニルテープを巻く



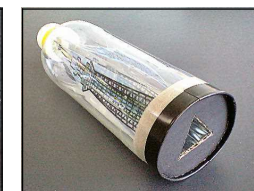
ビーズを入れる



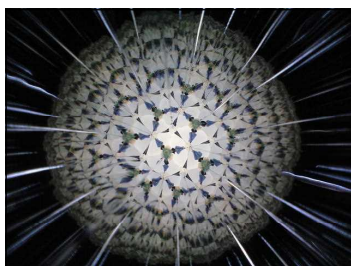
OHPシートを入れる



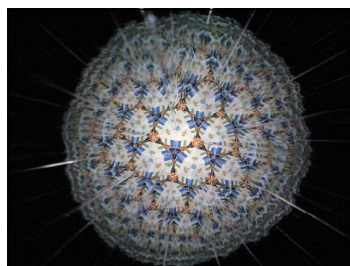
両面テープ



底から差し込む



万華鏡の模様(例1)



万華鏡の模様(例2)



万華鏡で覗く様子

ペットボトル万華鏡の考察

1 ねらい

図1に示すように、長方形の鏡を組み合わせた万華鏡は、模様が見える視野角がほぼ180°になる。しかし、台形(等脚台形)の鏡を組み合わせたペットボトル万華鏡は、図2に示すように、模様が見える範囲(視野角)が限られている。この理由について考察する。

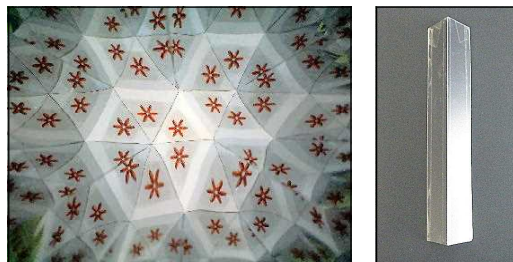


図1 長方形の鏡を組み合わせた万華鏡

2 長方形の鏡を組み合わせた万華鏡

長方形の鏡を組み合わせた万華鏡は、鏡が正三角柱(鏡の取付角度は60°)になり、基本的な光の反射は図3のようになる。

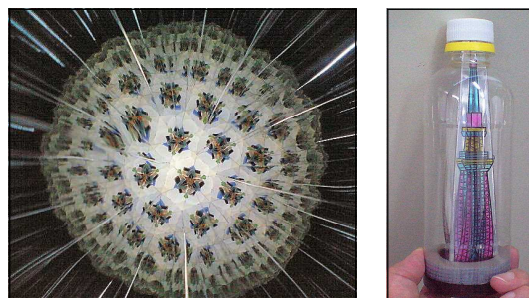


図2 台形の鏡を組み合わせた万華鏡

簡単のため、図4に示すように、万華鏡の中心線上の一端にある物体A(物体)から出た光が、鏡筒内の網掛面で直進と反射を繰り返し、中心線上の反対側の端にあるB(観測)に進む光路を考える。なお、D付近では、光は複数回(3回)の反射の後、Bに進んでいる(図3の3回反射の様子を参照)。

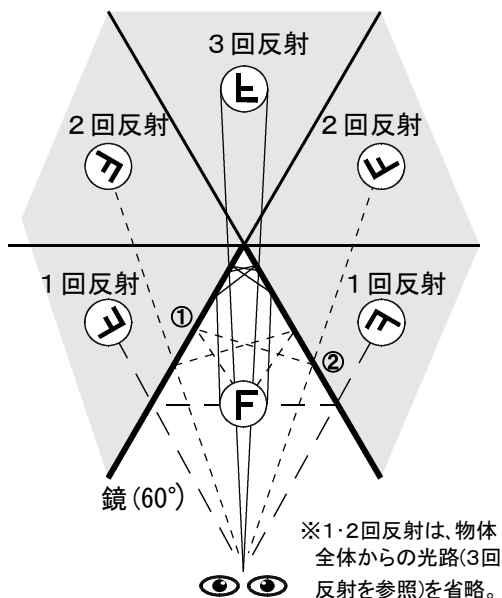


図3 基本的な鏡の反射

光は反射の法則(入射角=反射角)に従うことから、反射後の光路を対称面として考えると、図5に示すように、直進する光として描くことができる。図5からは、視野角は水平方向になるまで無限($n=\infty$)に物体を認識できることが分かる。また、 $(n-1)$ 層*1とn層のなす角は、徐々に小さくなっていくことも分かる。この結果は、実際の万華鏡で見られる物体の様子とよく一致する。

*1 実際の像を0層とし、その周りを囲む像を内側から順に1層、2層...とする。

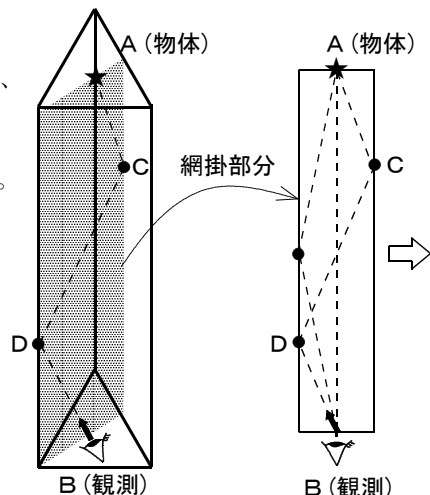


図4 鏡筒内の反射

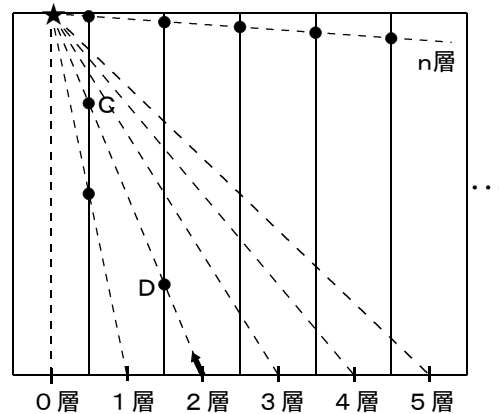


図5 反射を対称面で考えた場合

3 台形に鏡を組み合わせた万華鏡

次に、台形(等脚台形)の鏡を3枚組み合わせた万華鏡について考える。図6に実際の鏡の寸法を示す。

観察される模様は、図7に示すように円状となり、外に向かって徐々に模様が小さくなっていく。また、像は最大で9層*2になって見える。

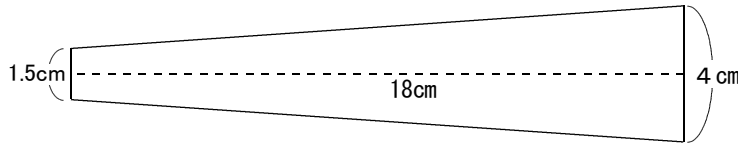


図6 台形の鏡の寸法

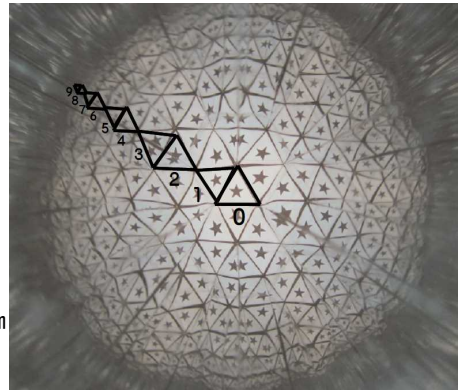


図7 万華鏡で見える様子

*2 実際の像を0層とし、その周りを囲む像を内側から順に1層、2層...とする。
 なお、最外層は小さくなるため見えづらくなる。

ここで、像が9層に見える理由を考えてみる。簡単のため、図8のように、A(物体)から出た光が、鏡筒内の網掛面で直進と反射を繰り返し観測者(B)に進む光路を考える。なお、D付近では、光は複数回(3回、図3を参照)の反射の後、Bに進んでいる。網掛の形は、上底 $0.75\sqrt{3}\text{cm}$ (約1.3cm)、下底 $2\sqrt{3}\text{cm}$ (約3.5cm)、高さ18cmの台形である。

光は反射の法則(入射角=反射角)に従うことから、反射後の光路を対称面として考えると、図9に示すように、AB間の光路は直線として描くことができる。図9からは、9層目まで物体を見ることができ、10層目では物体を認識できないことが分かる。また、 $(n-1)$ 層とn層のなす角は、徐々に小さくなっていくことも分かる。この結果は、実際の万華鏡で見られる物体の様子とよく一致する。

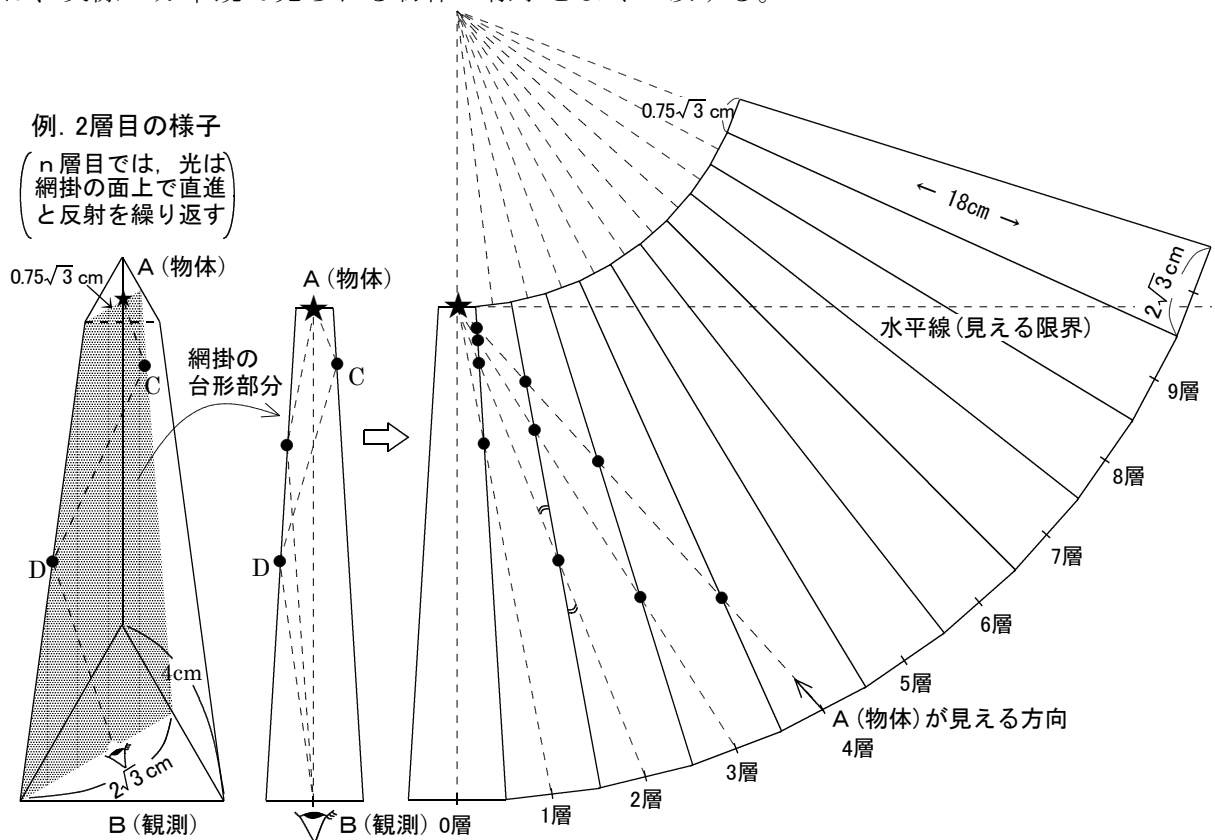


図8 鏡筒内の反射

図9 反射を対称面で考えた場合

◆数値計算による詳細な検討

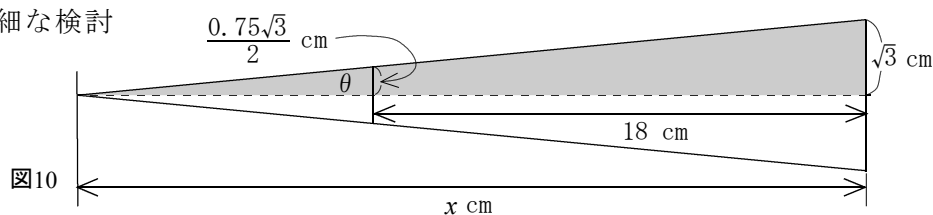


表 1

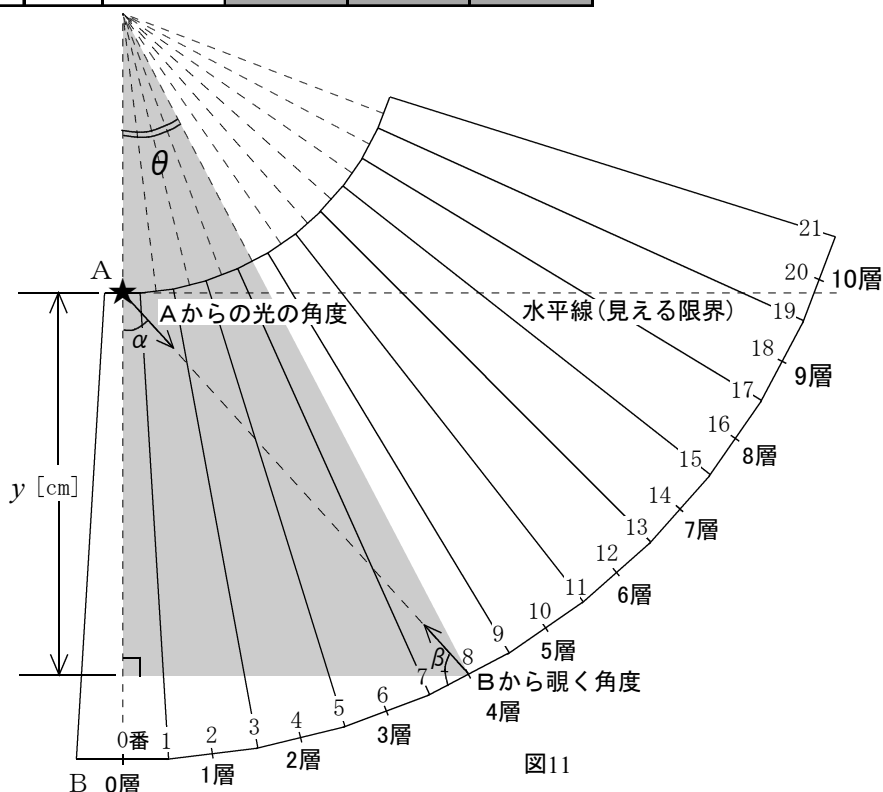
層	番	回転角度 θ [°]	A位置比較 y [cm]	Aからの光 角度 α [°]	Bから覗く 角度 β [°]
0	0	0.0	18.0	0.0	90.0
	1	3.4	17.9	5.5	86.6
1	2	6.9	17.8	11.0	83.1
	3	10.3	17.5	16.4	79.7
2	4	13.8	17.2	21.8	76.2
	5	17.2	16.7	27.0	72.8
3	6	20.6	16.1	32.2	69.4
	7	24.1	15.5	37.2	65.9
4	8	27.5	14.7	42.1	62.5
	9	31.0	13.9	46.9	59.0
5	10	34.4	13.0	51.5	55.6
	11	37.9	11.9	56.0	52.1
6	12	41.3	10.8	60.3	48.7
	13	44.7	9.7	64.5	45.3
7	14	48.2	8.4	68.6	41.8
	15	51.6	7.1	72.6	38.4
8	16	55.1	5.7	76.4	34.9
	17	58.5	4.2	80.2	31.5
9	18	61.9	2.7	83.8	28.1
	19	65.4	1.2	87.4	24.6
10	20	68.8	-0.4	90.9	×
	21	72.3	-2.0	94.2	×

・図10より
 辺の比から、 $x = 28.8$ cm
 $\theta = \arctan(\sqrt{3}/28.8)$ [rad] $\approx 3.44^\circ$

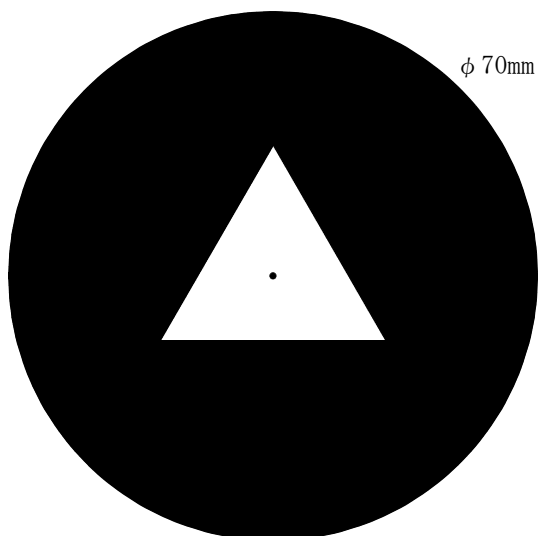
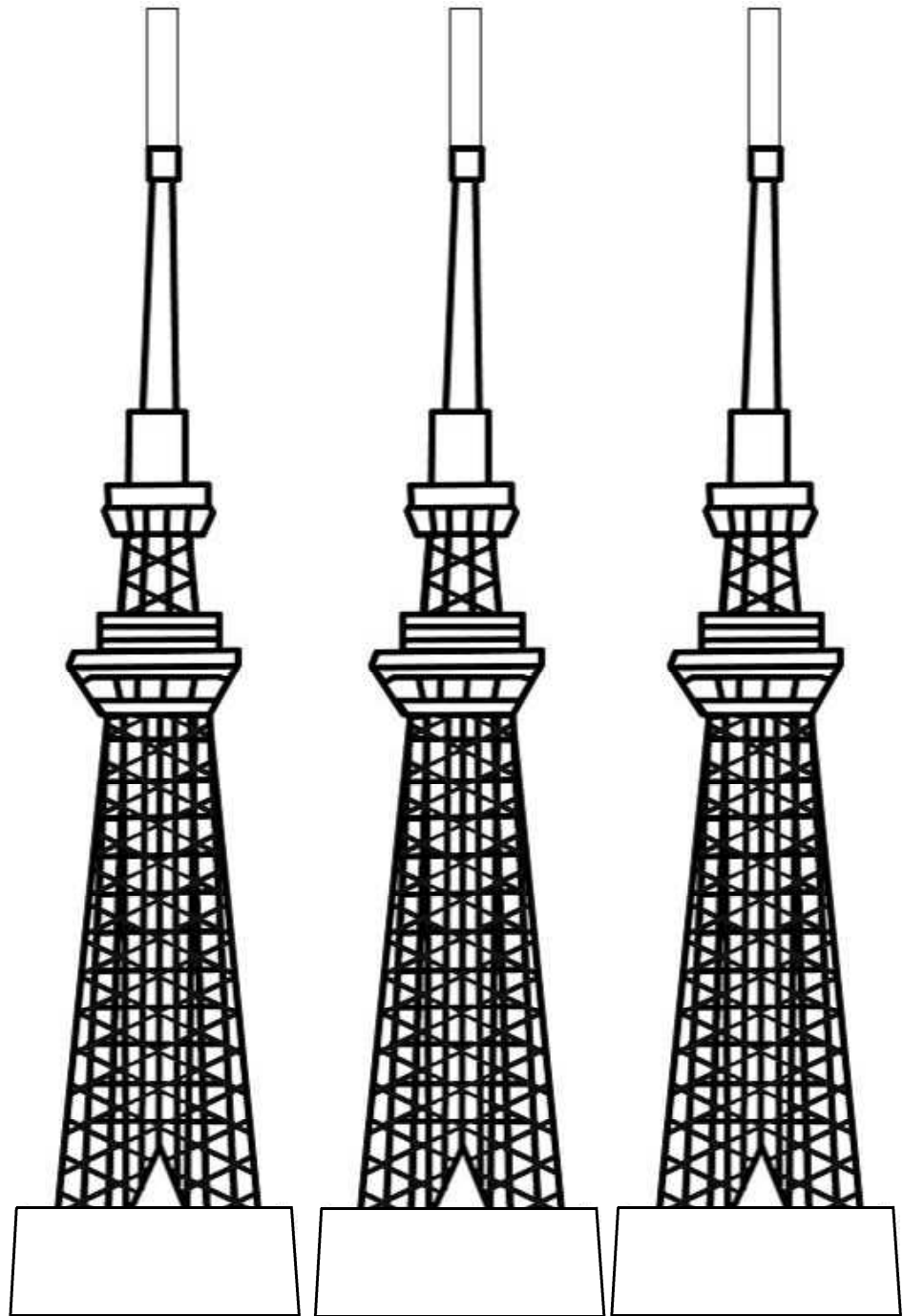
・表1、図11より
 Bから覗く位置は、主に「番」列の偶数位置（網掛）からとなる（目の場所）。

表からは、台形の万華鏡は9層(18番)まで見えることが分かる。そのとき、Aからは 83.8° で光が出ており、Bからは 28.1° で物体Aを見ていることが分かる。実際には、視野角 56.2° ($28.1^\circ \times 2$)でAの模様を見ていることになる。

なお、10層目では、Aからの光は 90° を超えるためBには届かない。



タワーの型
(OHPシートにコピー)



段ボール紙の型

※円の直径70mm。ペットボトルの内径に合わせて
コンパスで円を描く(円の中心は・印)。
段ボールに貼り付けて切り取る。